

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

Θέμα Α

A1. α

A2. α

A3. α

A4. γ

A5. α) Λ

β) Σ

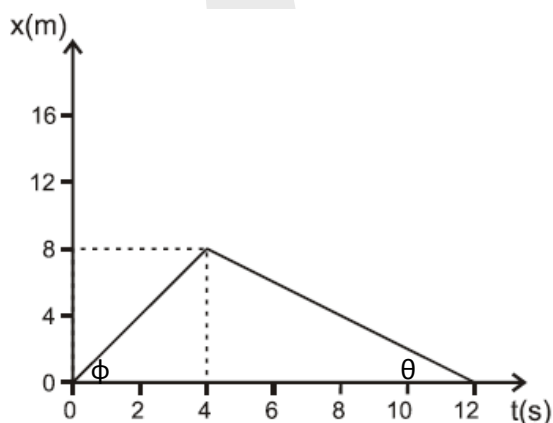
γ) Λ

δ) Λ

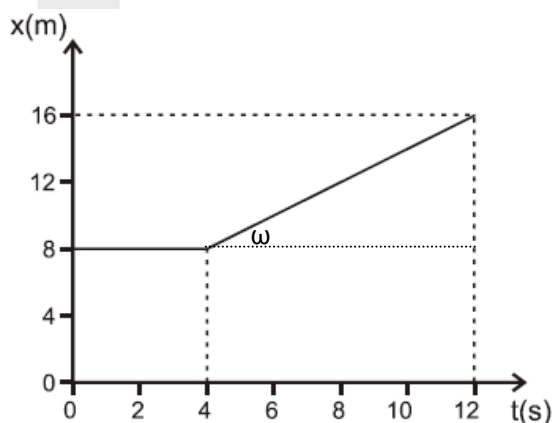
ε) Σ

Θέμα Β

B1. Επιλέγουμε i



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Από το σχήμα 4 βρίσκουμε την ταχύτητα του 1^{ου} σώματος πριν και μετά την κρούση από τις κλίσεις των ευθυγράμμων τμημάτων δηλαδή:

$$v_1 = \epsilon\phi\phi = \frac{8m}{4s} = 2 \frac{m}{s}$$

και

$$v_1' = \varepsilon\varphi\theta = \frac{(16 - 8)m}{(12 - 4)s} = -1 \frac{m}{s}$$

Από το σχήμα 5 βρίσκουμε την ταχύτητα του 2^{ου} σώματος πριν και μετά την κρούση από τις κλίσεις των ευθυγράμμων τμημάτων δηλαδή:

$$v_2 = 0 \frac{m}{s}$$

και

$$v_2' = \varepsilon\varphi\omega = \frac{(0 - 8)m}{(12 - 4)s} = 1 \frac{m}{s}$$

Δηλαδή το 2^ο σώμα ήταν ακίνητο πριν τη κρούση.

Από την Αρχή Διατήρησης της ορμής έχουμε: $\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow m_1 \cdot v_1 + 0 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot (v_1 - v_1')}{v_2'} \Rightarrow m_2 = \frac{1kg \cdot (2+1)m/s}{1m/s} \Rightarrow m_2 = 3kg$

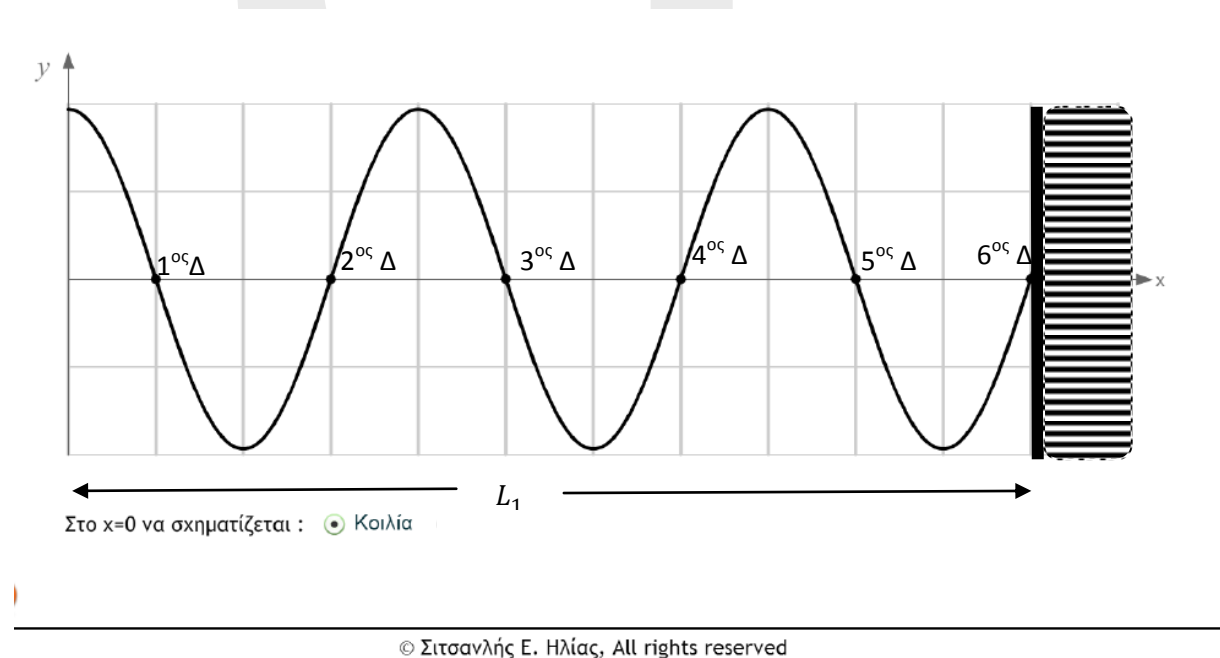
Υπολογίζουμε την αρχική και την τελική κινητική ενέργεια:

$$K_{αρχ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + 0 \Rightarrow K_{αρχ} = \frac{1}{2} \cdot 1kg \cdot 2^2 \frac{m^2}{s^2} = 2J$$

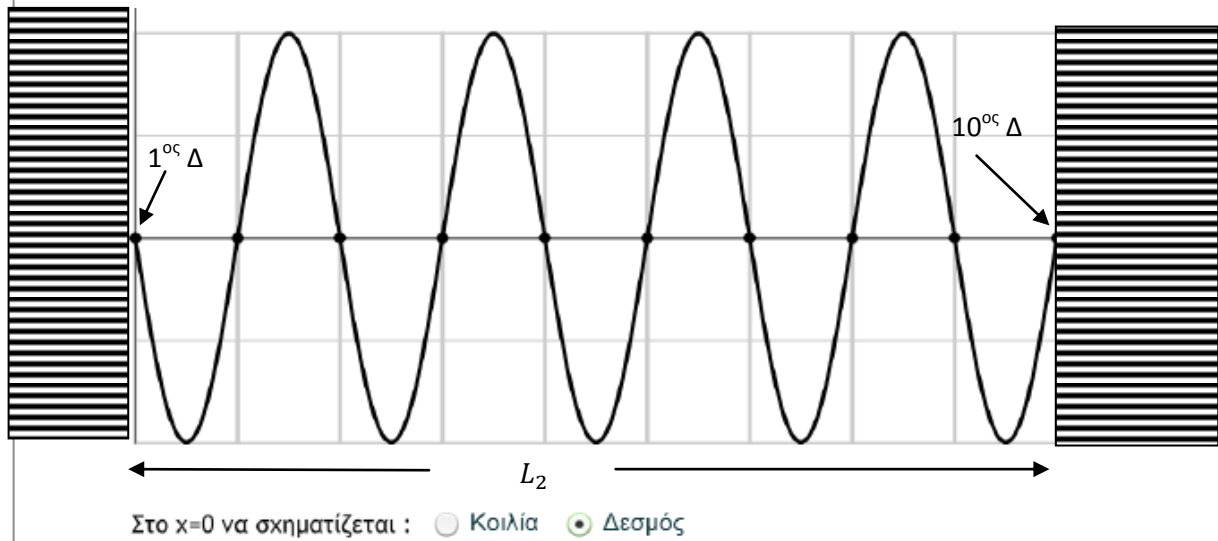
$$K_{τελ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2'^2 \Rightarrow K_{τελ} = \frac{1}{2} \cdot 1kg \cdot 1^2 \frac{m^2}{s^2} + \frac{1}{2} \cdot 3kg \cdot 1^2 \frac{m^2}{s^2} = (0.5 + 1.5)J = 2J$$

Άρα η κρούση είναι ελαστική αφού $K_{αρχ} = K_{τελ}$

B2. Επιλέγουμε i



$$\text{Υπολογίζουμε τη θέση του 6^{ου} δεσμού: } x_δ = (2κ + 1) \frac{\lambda_1}{4} \stackrel{κ=5}{\Rightarrow} x_5 = \frac{11\lambda_1}{4} \Rightarrow L_1 = \frac{11\lambda_1}{4} (1)$$



© Σιτσανλής Ε. Ηλίας. All rights reserved

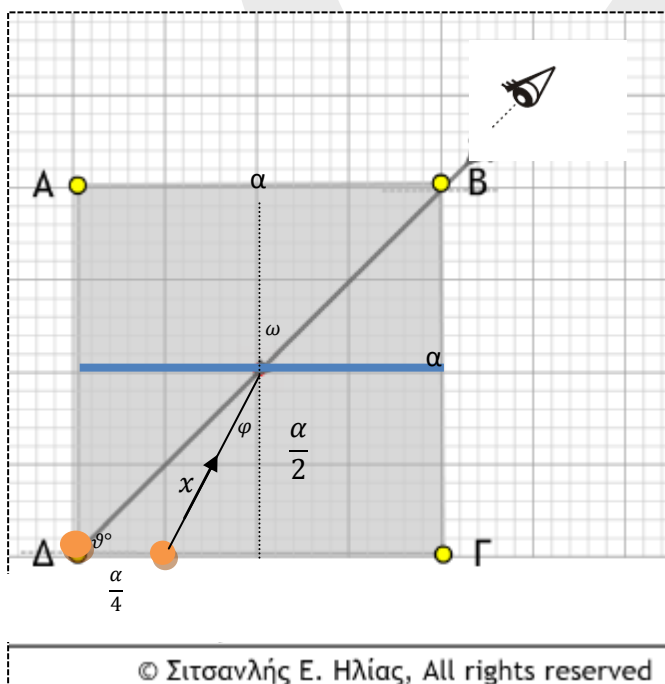
Όταν η χορδή έχει πακτωμένα και τα δύο άκρα σχηματίζεται στάσιμο κύμα όταν: $x_{\delta} = \kappa \frac{\lambda_2}{2}$
 $\Rightarrow x_{10} = \frac{9\lambda_2}{2} \Rightarrow L_2 = \frac{9\lambda_2}{2}$ (2)

Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε: $L_2 = 2 \cdot L_1 \Rightarrow \frac{9\lambda_2}{2} = 2 \cdot \frac{11\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{9}{11} \lambda_2$ (3)

Επειδή το κύμα διαδίδεται στο ίδιο μέσο:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow \frac{9}{11} \lambda_2 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{11}{9}$$

Β3. Επιλέγουμε ii



© Σιτσανλής Ε. Ηλίας. All rights reserved

Από το κυβικό χαρακτήρα του σχήματος καταλαβαίνουμε ότι η γωνία που βλέπει είναι $\theta = 45^\circ$ αφού $\epsilon\phi\theta = \frac{\alpha}{\alpha} = 1$ και $\eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\epsilon\phi\omega = \epsilon\phi\theta = \frac{\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = 1$$

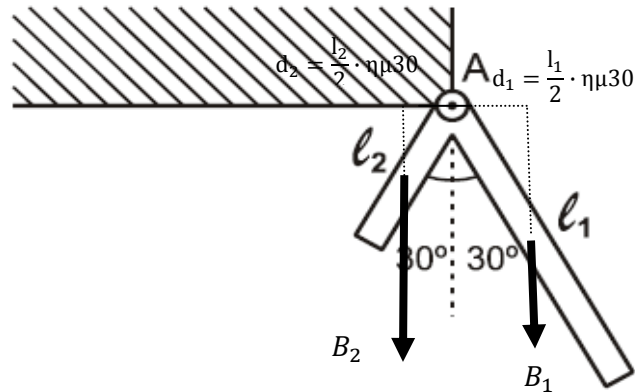
$$x = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{4}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} \Rightarrow x = \frac{\alpha}{4} \sqrt{5}$$

$$\eta\mu\phi = \frac{\frac{\alpha}{4}}{x} \Rightarrow \eta\mu\phi = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Από το νόμο του Snell: $n \cdot \eta\mu\phi = 1 \cdot \eta\mu\omega \Rightarrow n \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow n^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow n^2 = \frac{5}{2}$

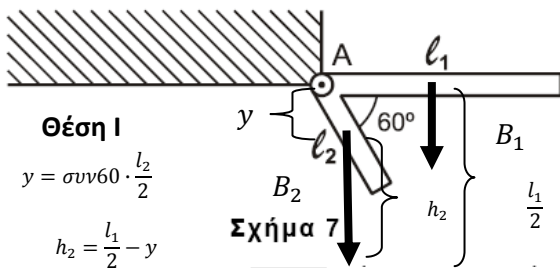
Θέμα Γ

Γ1. Το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα όταν $\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow B_1 \cdot d_1 - B_2 \cdot d_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot g \cdot \frac{l_1}{2} \cdot \eta\mu 30 - m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \eta\mu 30 = 0 \Rightarrow m_1 = m_2 \cdot \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow m_1 = 5\text{kg}$



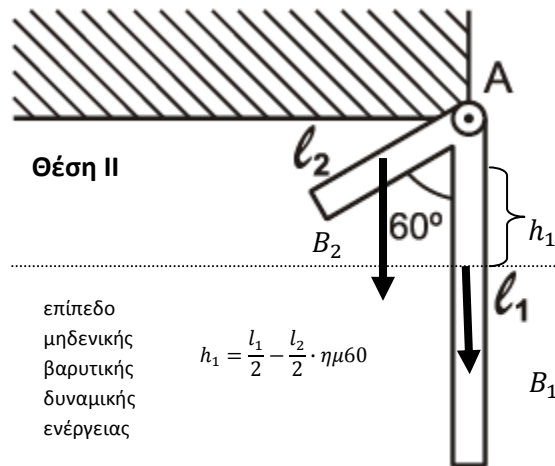
Σχήμα 8

Γ2.



Θέση I
 $y = \sigma\upsilon\nu 60 \cdot \frac{l_2}{2}$
 $h_2 = \frac{l_1}{2} - y$

Σχήμα 7



Θέση II

επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας

$$h_1 = \frac{l_1}{2} - \frac{l_2}{2} \cdot \eta\mu 60$$

Σχήμα 9

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για να βρούμε την μάζα μεταξύ των θέσεων I και II:

$$E_{\mu\eta\chi I} = E_{\mu\eta\chi II} \Rightarrow U_I + K_I = U_{II} + K_{II} \Rightarrow U_I = U_{II} \Rightarrow m_1 \cdot g \cdot \frac{l_1}{2} + m_2 \cdot g \cdot \left(\frac{l_1}{2} - \frac{l_2}{2} \cdot \eta\mu 60 \right) = 0 + m_2 \cdot g \cdot \left(\frac{l_1}{2} - \frac{l_2}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 60 \right) \Rightarrow m_1 = m_2 \cdot \frac{l_2}{l_1} (\eta\mu 60 - \sigma\upsilon\nu 60) \Rightarrow m_1 = 1,75\text{kg}$$

Γ3. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του συστήματος:

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau_A} = \frac{1}{3} \cdot m_1 \cdot l_1^2 + \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot l_2^2 \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau_A} = \frac{68}{3} \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

Από το 2^ο Νόμο για τη στροφική κίνηση υπολογίζουμε την γωνιακή επιτάχυνση:

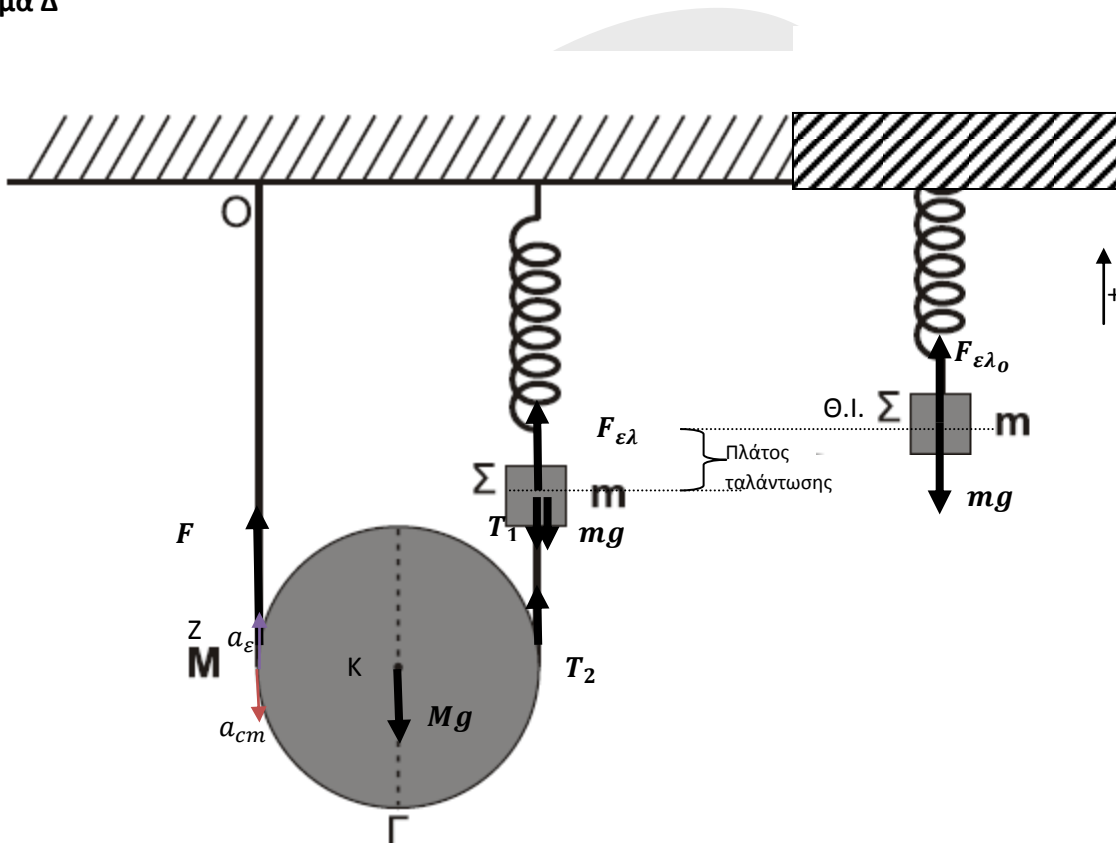
$$\sum \tau_A = I_{\text{σουστ}_A} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \eta\mu 60 = I_{\text{σουστ}_A} \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{-m_2 \cdot g \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \eta\mu 60}{I_{\text{σουστ}_A}} \Rightarrow$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = -3,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad (1)$$

Γ4.

$$\frac{\Delta L_2}{\Delta t} = I_2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta t} = \frac{1}{3} m_2 \cdot l_2^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta t} = -50 \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Θέμα Δ



Σχήμα 10

Δ1. Από την ισορροπία της τροχαλίας έχουμε:

$$\begin{cases} \sum \tau_K = 0 \\ \sum F = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 \cdot R - F \cdot R = 0 \\ Mg - T_2 - F = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 - F = 0 \\ T_2 + F = Mg \end{cases} \xrightarrow{\text{προσθέτουμε κατά μέλη}}$$

$$2 \cdot T_2 = Mg \Rightarrow T_2 = \frac{1}{2} Mg \Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{1}{2} Mg \quad (\text{3ος νόμος Νεύτωνα})$$

Από την ισορροπία του σώματος έχουμε: $\sum F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = T_1 + mg \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 22,4 \text{N}$

Δ2. Για το σώμα Σ έχουμε: $m \cdot \omega^2 = \kappa \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \Rightarrow \omega = \frac{5\sqrt{10} \text{ rad}}{3 \text{ s}}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 1,2\text{s}$$

Το σώμα βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση του άρα η ταχύτητά του θα μηδενιστεί για πρώτη φορά σε χρόνο $t = \frac{T}{2} = 0,6\text{s}$

Από το 2^ο Νόμο για τη στροφική κίνηση αφού έχει κοπεί το νήμα:

$$\begin{cases} \sum \tau_K = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ \sum F = M \cdot a_{cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F \cdot R = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ Mg - F = M \cdot a_{cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} (1) \\ Mg - F = M \cdot a_{cm} (2) \end{cases}$$

Το σημείο Ζ έχει επιτάχυνση μηδέν αφού είναι δεμένο με τον τοίχο Ο άρα:

$$\alpha_Z = 0 \Rightarrow a_{cm} - a_\varepsilon = 0 \Rightarrow a_{cm} = a_\varepsilon = R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} (3)$$

$$\begin{cases} F = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ Mg - F = M \cdot a_{cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a_{cm} \\ Mg - F = M \cdot a_{cm} \end{cases} \xrightarrow{\text{προσθέτουμε κατά μέλη}} Mg = \frac{3}{2} M \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{2}{3} g$$

$$\Rightarrow a_{cm} = \frac{20 \text{ m}}{3 \text{ s}^2}$$

Για την κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t^2 \Rightarrow h = 1,2\text{m.}$$

Δ.3. Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ: $F_{\varepsilon\lambda_0} = m \cdot g \Rightarrow K \cdot \Delta l_0 = m \cdot g \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{m \cdot g}{K} \Rightarrow \Delta l_0 = 0,36\text{m}$

$$F_{\varepsilon\lambda} = 22,4\text{N} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = K \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = 0,56\text{m}$$

Το σώμα Σ κάνει ταλάντωση με πλάτος: $A = \Delta l - \Delta l_0 \Rightarrow A = 0,2\text{m}$

Η εξίσωση απομάκρυνσης του του σώματος Σ: $y = 0,2\eta\mu\left(\frac{5\sqrt{10}}{3}t + \frac{3\pi}{2}\right)$

Δ4. Το κέντρο μάζας v_{cm} έχει ταχύτητα τη στιγμή που έχει μετατοπιστεί κατά h : $v_{cm} = a_{cm} \cdot t \Rightarrow v_{cm} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Το σημείο Γ έχει ταχύτητα:

$$\begin{aligned} v_\Gamma &= \sqrt{v_{cm}^2 + v_\varepsilon^2} \Rightarrow v_\Gamma = \sqrt{2 \cdot v_{cm}^2} \Rightarrow v_\Gamma = v_{cm} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow v_\Gamma \\ &= 4 \cdot \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

