ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ-ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

Θέμα Α

Α1. **α**

Α2. **β**

Α3. **α**

Α4.**δ**

Α5. **α)Λ**

β) Σ

γ) Σ

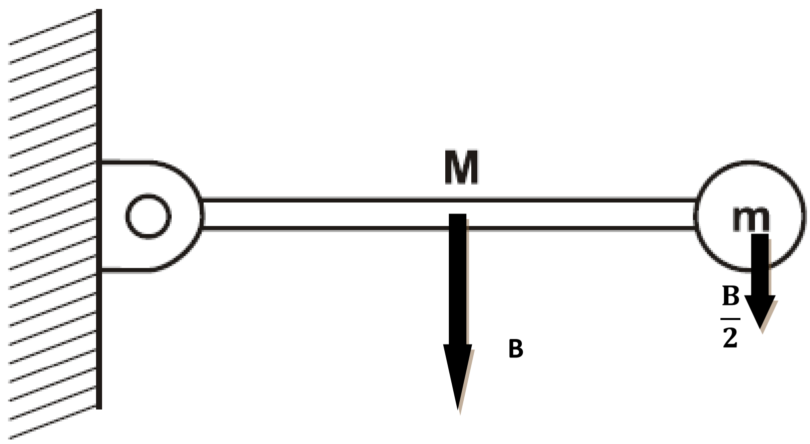
δ) Λ

ε) Σ

Θέμα Β

Β1. Επιλέγουμε iii

Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου-σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, η στροφορμή του συστήματος συναρτήσει του χρόνου είναι τέτοια που η παράγωγός της ως προς το χρόνο παρουσιάζει ασυνέχεια οπότε ο ζητούμενος ρυθμός μεταβολής δεν ορίζεται!!!!



Προφανώς, εννοεί να υπολογίσουμε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου αμέσως μετά ή αλλιώς να υπολογίσουμε το $\frac{dL_\rho}{dt}$ $από\ δεξιά$:

Α τρόπος :

$$\frac{\Delta L_{συσ}}{\Delta t} = \sum \tau = \mathrm{M}\cdot \mathrm{g}\cdot \frac{\mathrm{l}}{2} + \frac{\mathrm{M}}{2}\cdot \mathrm{g}\cdot \mathrm{l} = \mathrm{M}\cdot g\cdot l (1)$$

$$\frac{\Delta L_{\sigma\upsilon\sigma}}{\Delta t} = \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} + \frac{\Delta L_m}{\Delta t} \overset{1}{\Rightarrow} \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} + \frac{\Delta L_m}{\Delta t} = \mathrm{M}\cdot g \cdot l \ (2)$$

Παίρνουμε το λόγο: $\frac{\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}}{\frac{\Delta L_m}{\Delta t}} = \frac{I_\rho \cdot a_{\gamma\omega\nu}}{I_m \cdot a_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow \frac{\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}}{\frac{\Delta L_m}{\Delta t}} = \frac{\frac{1}{3}M\cdot l^2}{m\cdot l^2} = \frac{\frac{1}{3}M\cdot l^2}{\frac{M}{2}\cdot l^2} \Rightarrow \frac{\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t}}{\frac{\Delta L_m}{\Delta t}} = \frac{2}{3}$ (3)

Από το σύστημα των 2 και 3 έχουμε:

$$\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} + \frac{\Delta L_m}{\Delta t} = \mathrm{M}\cdot g\cdot l \quad \Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} + \frac{3}{2}\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \mathrm{M}\cdot g\cdot l \Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} + \frac{3}{2}\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \mathrm{M}\cdot g\cdot l \quad \Rightarrow\Rightarrow \frac{5}{2}\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \mathrm{M}\cdot g\cdot l$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{2}{5}\,\mathrm{M}\cdot g\cdot l$$

<u>Β τρόπος</u>

Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του συστήματος:

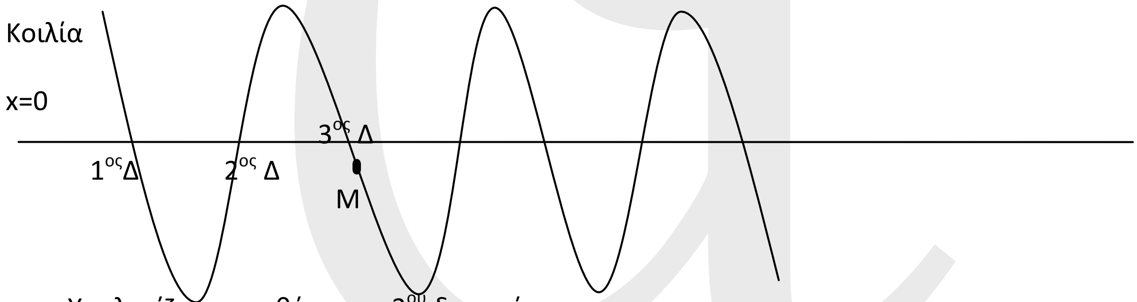
$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{1}{3}M\cdot l^2 + m\cdot l^2 \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{1}{3}M\cdot l^2 + \frac{M}{2}\cdot l^2 \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{5}{6}M\cdot l^2$$

Από το 2$^{\text{Ο}}$ Νόμο για τη στροφική κίνηση υπολογίζουμε την γωνιακή επιτάχυνση:

$$\sum\tau = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau}\cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{M}\cdot \mathrm{g}\cdot\frac{\mathrm{l}}{2} + \mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\mathrm{l} = \frac{5}{6}\mathrm{M}\cdot\mathrm{l}^2\cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{M}\cdot\mathrm{g}\cdot\frac{\mathrm{l}}{2} + \frac{\mathrm{M}}{2}\cdot\mathrm{g}\cdot\mathrm{l} = \frac{5}{6}\mathrm{M}\cdot\mathrm{l}^2\cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 2\cdot \mathrm{M}\cdot\mathrm{g}\cdot\frac{\mathrm{l}}{2} = \frac{5}{6}\mathrm{M}\cdot\mathrm{l}^2\cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{6}{5}\cdot\frac{g}{l}(1)$$

$$\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \sum\tau_\rho = I_\rho\cdot a_{\gamma\omega\nu} \overset{1}{\Rightarrow} \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{1}{3}M\cdot l^2\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{g}{l} \Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{2}{5}M\cdot g\cdot l$$

Β2. Επιλέγουμε iii



Υπολογίζουμε τη θέση του 3$^{\text{ου}}$ δεσμού:

$$x_\delta = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4} \overset{\kappa=2}{\Longrightarrow} x_\delta = \frac{5\lambda}{4}$$

Υπολογίζουμε τη θέση του ζητούμενου σημείου Μ που απέχει $\frac{\lambda}{12}$ $\textit{από το δεσμό και βρίσκετια σύμφωνα με την εκφώνηση δεξιά από αυτόν}$:

$$x_M = \frac{5\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} \Rightarrow x_M = \frac{4\lambda}{3}$$

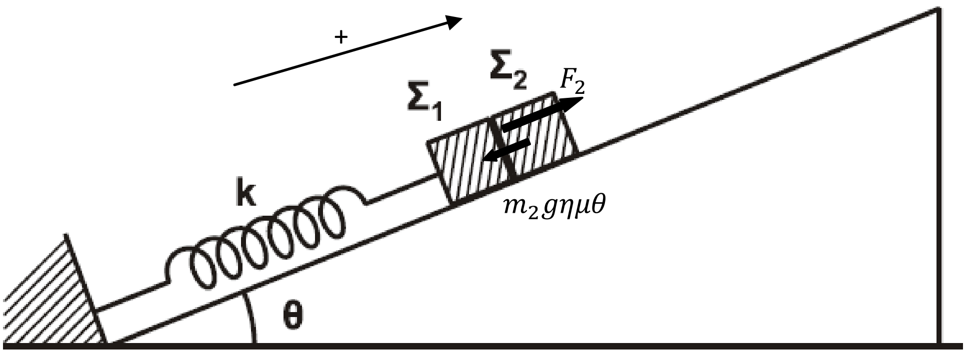
Το πλάτος ταλάντωσης Α΄ του σημείου Μ, είναι:

$$A' = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow A' = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi\frac{4\lambda}{3}}{\lambda} \Rightarrow A' = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{8\pi}{3} \Rightarrow A' = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow\ A' = 2A \cdot συν\frac{2\pi}{3} \Rightarrow\ |A'| = \left|2A \cdot (-\frac{1}{2})\right| \Rightarrow\ A' = A$$

Β3. Επιλέγουμε i

Το σώμα $Σ_2$ μετέχει στην ταλάντωση με $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}$ (1)



Το σώμα $Σ_2$ κάνει ταλάντωση με:

$$\sum F_2 = -D_2 \cdot x \Rightarrow F_2 - m_2 gημθ = -m_2 \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow F_2 = m_2 gημθ - m_2 \cdot \omega^2 \cdot x \overset{1}{\Rightarrow} F_2$$

$$= m_2 gημθ - m_2 \cdot \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}^{\,2} \cdot x \xRightarrow{θεση+A} F_2$$

$$= m_2 gημθ - m_2 \cdot \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}^{\,2} \cdot A \xRightarrow{για\ να\ μην\ χασουν\ επαφή} F_2 > 0$$

$$\Rightarrow m_2 gημθ - m_2 \cdot \frac{K}{m_1+m_2} \cdot A > 0$$

$$\Rightarrow K \cdot A < (m_1+m_2) gημθ$$

<u>Θέμα Γ</u>

Γ1.Συγκρίνουμε την Α.Δ.Ε με τη δοσμένη σχέση:

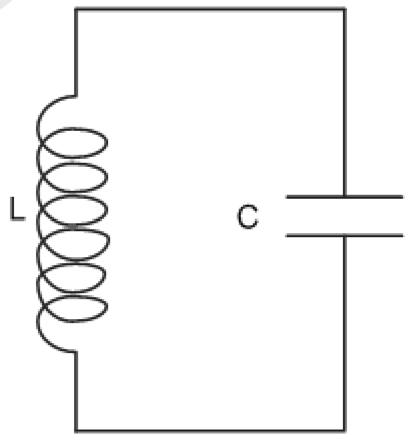
$$E = U_E + U_B \Rightarrow U_E = E - U_B$$

$$U_E = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot \iota^2$$

Επομένως E=$8 \cdot 10^{-2} J$ και $8 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} L \Rightarrow L = 16 \cdot 10^{-2} H$

$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot {V_{max}}^2$=$8 \cdot 10^{-2} J \Rightarrow C \cdot 40^2$=$2 \cdot 8 \cdot 10^{-2} J \Rightarrow$

C=$\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{40^2} F \Rightarrow C = 10^{-4} F$



Επομένως υπολογίζουμε την περίοδο: $T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \Rightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3}$s και $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8\pi \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \omega = 250\, {rad}/{s}$

Γ2. Υπολογίζουμε το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή: $Q = C \cdot V_{max} \Rightarrow Q = 10^{-4} \cdot 40 \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-3}$C

Υπολογίζουμε τη μέγιστη ένταση του ρεύματος: $I = \omega \cdot Q \Rightarrow I = 250 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow I = 1A$

Γράφουμε τη χρονική εξίσωση του φορτίου: $q = Q\ \sigma\upsilon\nu\omega t \xRightarrow{t=\frac{T}{12}} q_1 = Q\ \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi}{T}\frac{T}{12} \Rightarrow q_1 = 4 \cdot 10^{-3}$C $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} \Rightarrow q_1 = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} 10^{-3}C \Rightarrow q_1 = 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}C$

Θα υπολογίσουμε την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{{q_1}^2}{C} \Rightarrow U_E = \frac{1}{2}\frac{(2\sqrt{3} \cdot 10^{-3})^2}{10^{-4}} J \Rightarrow U_E = 6 \cdot 10^{-2} J$$

Γ3. Θα υπολογίσουμε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα κάθε φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή γίνεται τριπλάσια της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

$$\begin{cases} U_E = 3 \cdot U_B \\ E = U_E + U_B \end{cases} \Rightarrow E = U_E + \frac{U_E}{3} \Rightarrow E = \frac{4 \cdot U_E}{3} \Rightarrow U_E = \frac{3}{4}E \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot C \cdot {V_c}^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot C \cdot {V_{max}}^2$$

$\Rightarrow V_c = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{max} \Rightarrow V_c = \frac{\sqrt{3}}{2} 40V = 20\sqrt{3}V (1)$

$$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L} \Rightarrow \left|\frac{dI}{dt}\right| = \left|-\frac{E_{\alpha\upsilon\tau}}{L}\right| \xRightarrow{V_c = E_{\alpha\upsilon\tau}} \left|\frac{dI}{dt}\right| = \frac{V_c}{L} \overset{1}{\Rightarrow} \left|\frac{dI}{dt}\right| = \frac{20\sqrt{3}}{16 \cdot 10^{-2}} A/_S$$

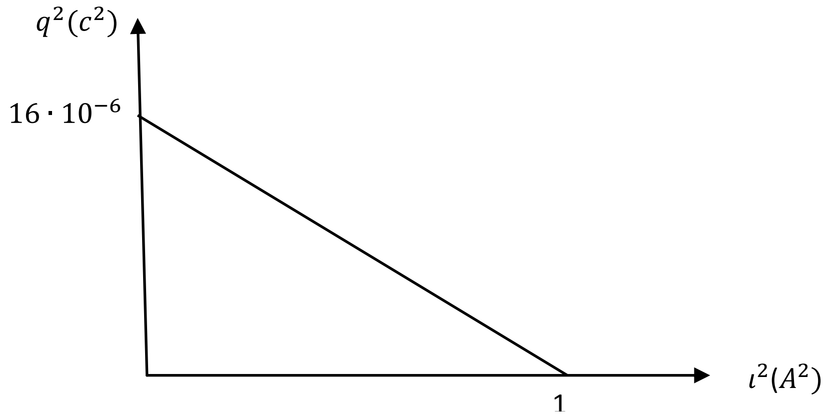
$$\Rightarrow \left|\frac{dI}{dt}\right| = 125\sqrt{3}\, A/_S$$

Γ4. Θα γράψουμε τη συνάρτηση που συνδέει το τετράγωνο του φορτίου του πυκνωτή με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος από το οποίο διαρρέεται το πηνίο και θα την παραστήσουμε γραφικά

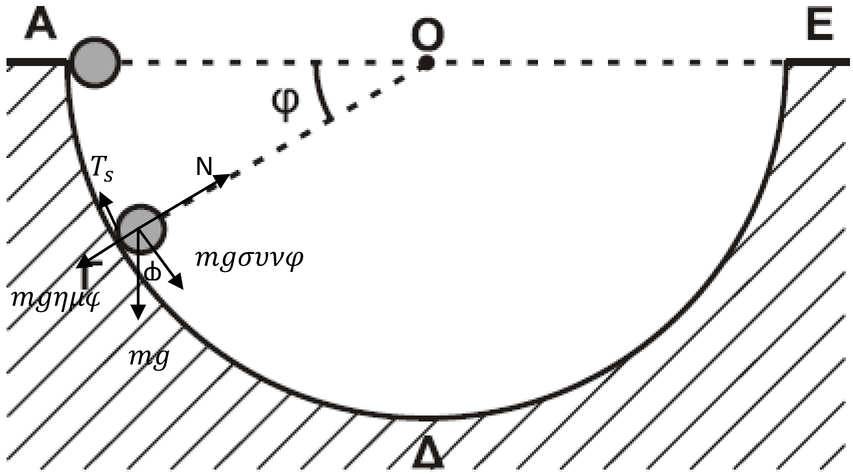
Από την Α.Δ.Ε έχουμε: $E = U_E + U_B \Rightarrow\ E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}L \cdot \iota^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = E - \frac{1}{2}L \cdot \iota^2 \Rightarrow \frac{q^2}{C} =\ 2 \cdot E - L \cdot \iota^2$

$$\Rightarrow q^2 =\ 2 \cdot C \cdot E - L \cdot C \cdot \iota^2 \Rightarrow q^2 =\ 2 \cdot 10^{-4} \cdot 8 \cdot 10^{-2} - 16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4} \cdot \iota^2$$

$\Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6}(1 - \iota^2)(SI)$



Θέμα Δ



Δ1. Από το 2$^{\text{Ο}}$ Νόμο για τη στροφική κίνηση θα εκφράσουμε τη στατική τριβή που ασκείται στη σφαίρα σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους. φ:

$$\begin{cases}\sum \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ \sum F = m \cdot a_{cm}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_s \cdot r = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_s = m \cdot a_{cm}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_s = \frac{2}{5} \cdot m \cdot a_{cm} \\ mg\sigma\upsilon\nu\varphi - T_s = m \cdot a_{cm}\end{cases} \xRightarrow{\pi\rho o\sigma\vartheta\acute{\varepsilon}\tau o\upsilon\mu\varepsilon\ \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\ \mu\acute{\varepsilon}\lambda\eta}$$

$mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot a_{cm} + \frac{2}{5} \cdot m \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{5}{7} g\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1)

$$T_s = \frac{2}{5} \cdot m \cdot a_{cm} \overset{1}{\Rightarrow} T_s = \frac{2}{7} mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow T_s = \frac{2}{7} 1{,}4 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow T_s = 4 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi\ (SI)$$

Δ2. Θα υπολογίσουμε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $\varphi = 30°$

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για να βρούμε την ταχύτητα της σφαίρας στο σημείο Γ:

$$E_{\mu\eta\chi_A} = E_{\mu\eta\chi_\Gamma} \Rightarrow U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma \Rightarrow m \cdot g \cdot (R - r)\eta\mu\varphi = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m \cdot {v_\Gamma}^2$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot (R - r)\eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} m \cdot {v_\Gamma}^2 \Rightarrow 2 \cdot m \cdot g \cdot (R - r)\eta\mu\varphi$$

$$= \frac{2}{5} \cdot m \cdot {v_\Gamma}^2 + m \cdot {v_\Gamma}^2 \Rightarrow \frac{7}{5} \cdot {v_\Gamma}^2 = 2 \cdot g \cdot (R - r)\eta\mu\varphi$$

$\Rightarrow {v_\Gamma}^2 = 2 \cdot \frac{5}{7} \cdot g \cdot (R - r)\eta\mu\varphi$ (2)

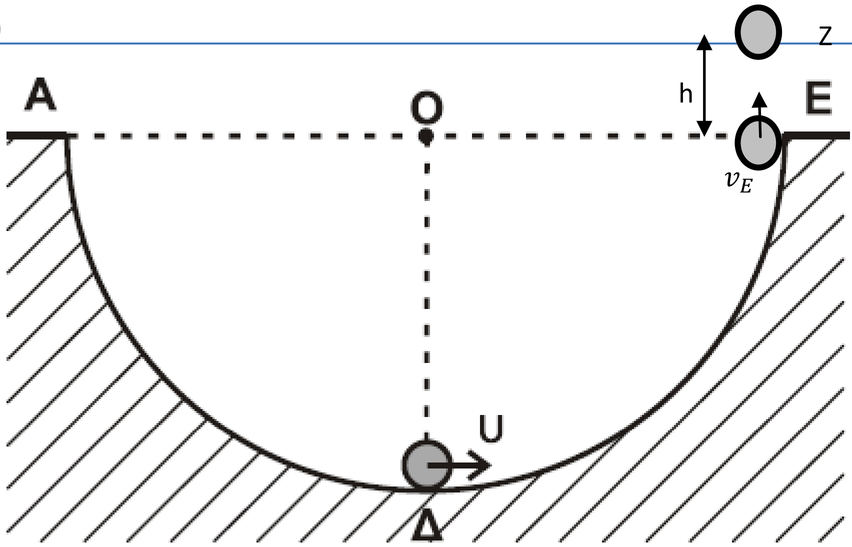
Η $\sum F_y$ είναι κεντρομόλος σε ακτίνα κυκλικής τροχιάς $R - r$:

$$\sum F_y = \frac{m \cdot {v_\Gamma}^2}{(R - r)} \Rightarrow N - mg\eta\mu\varphi = \frac{m \cdot {v_\Gamma}^2}{(R - r)} \Rightarrow N = \frac{m \cdot {v_\Gamma}^2}{(R - r)} + mg\eta\mu\varphi \overset{2}{\Rightarrow} N$$

$$= \frac{m}{(R - r)} \cdot 2 \cdot \frac{5}{7} \cdot g \cdot (R - r)\eta\mu\varphi + mg\eta\mu\varphi \Rightarrow N = \frac{17}{14} mg \Rightarrow N = 17N$$

Δ4. Θα υπολογίσουμε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της.

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για να βρούμε την ταχύτητα της σφαίρας στο σημείο Ε:



$$E_{\mu\eta\chi_\Delta} = E_{\mu\eta\chi_E} \Rightarrow U_\Delta + K_\Delta = U_E + K_E \Rightarrow \frac{1}{2}I\cdot\omega_E{}^2 + \frac{1}{2}m\cdot v_E{}^2 = \frac{1}{2}I\cdot\omega_\Delta{}^2 + \frac{1}{2}m\cdot v_\Delta{}^2 + m\cdot g\cdot(R-r) \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot m\cdot r^2\cdot\omega_\Delta{}^2 + \frac{1}{2}m\cdot v_\Delta{}^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot m\cdot r^2\cdot\omega_E{}^2 + \frac{1}{2}m\cdot v_E{}^2 + m\cdot g\cdot(R-r) \Rightarrow \frac{2}{5}\cdot m\cdot v_\Delta{}^2 + m\cdot v_\Delta{}^2 = \frac{2}{5}\cdot m\cdot v_E{}^2 + m\cdot v_E{}^2 + 2\cdot m\cdot g\cdot(R-r) \Rightarrow \frac{7}{5}\cdot v_\Delta{}^2 = \frac{7}{5}\cdot v_E{}^2 + 2\cdot g\cdot(R-r) \Rightarrow \frac{7}{5}\cdot v_E{}^2 = \frac{7}{5}\cdot v_\Delta{}^2 - 2\cdot g\cdot(R-r) \Rightarrow v_E{}^2 = v_\Delta{}^2 - \frac{10}{7}\cdot g\cdot(R-r) \Rightarrow v_E = \sqrt{v_\Delta{}^2 - \frac{10}{7}\cdot g\cdot(R-r)} \Rightarrow v_E = 4\,{}^{m}/_{s}$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για να βρούμε το ύψος που θα φθάσει η σφαίρα από το σημείο Ε:

$$E_{\mu\eta\chi_E} = E_{\mu\eta\chi_Z} \Rightarrow U_E + K_E = U_Z + K_Z \Rightarrow \frac{1}{2}I\cdot\omega_E{}^2 + \frac{1}{2}m\cdot v_E{}^2 = \frac{1}{2}I\cdot\omega_E{}^2 + 0 + m\cdot g\cdot h \Rightarrow\cdot h = \frac{v_E{}^2}{2\cdot g} \Rightarrow h = 0{,}8m$$

Δ4. Θα υπολογίσουμε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας, αμέσως μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου στο σημείο Ε.

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK}{dt}_{\sigma\tau\rho} + \frac{dK}{dt}_{\mu\varepsilon\tau} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{dK}{dt}_{\mu\varepsilon\tau} = \sum F\cdot v_E \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \sum F\cdot v_E \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -m\cdot g\cdot v_E \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -56\,{}^{J}/_{s}$$

$$\frac{dL}{dt} = \sum \tau = 0$$