

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΠΑ.Λ.

(Νέο Σύστημα Εξετάσεων)

19 ΜΑΪΟΥ 2016

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία. Σχολικό βιβλίο σελ. 28

A2. Θεωρία. Σχολικό βιβλίο σελ. 87

A3. α.→Σωστό β.→Λάθος γ.→Σωστό δ.→Σωστό ε.→Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1.

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	Αριθμός υπαλλήλων v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
ΣΥΝΟΛΑ	20	–	100	40

B2. Η μέση τιμή είναι $\bar{x} = \frac{40}{20} = 2$

B3. Το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες έχουν 15 υπάλληλοι.

B4. Τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες έχει ποσοστό $(10 + 20 + 25)\% = 55\%$ των υπαλλήλων.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2} \right)' = \left(\frac{x}{x^2+1} \right)' = \frac{x'(x^2+1) - x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \\ &= \frac{x^2+1 - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} \end{aligned}$$

Γ2. Στο σημείο $x_1 = -1$ ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f είναι:

$$f'(-1) = \frac{1 - (-1)^2}{((-1)^2 + 1)^2} = \frac{1 - 1}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

Στο σημείο $x_2 = 1$ ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f είναι:

$$f'(1) = \frac{1 - 1^2}{(1^2 + 1)^2} = \frac{1 - 1}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

Γ3. Λύνουμε την εξίσωση

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (1 - x)(1 + x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1 \end{aligned}$$

Από τον ακόλουθο πίνακα έχουμε την μονοτονία και τα ακρότατα της συνάρτησης

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
f'	$-$	\circ	$+$	\circ	$-$
f	\swarrow		\nearrow		\searrow
		T.min $f(-1)=0$		T.max $f(1)=1$	

Γ4. Επειδή οι αριθμοί 2015 και 2016 ανήκουν στο διάστημα $[1, +\infty)$ στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα έχουμε:

$$2015 < 2016 \Rightarrow f(2015) > f(2016)$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 2)(x - 4)}{(x - 4)} = \lim_{x \rightarrow 4} (x - 2) = 4 - 2 = 2.$

Δ2. Για την τιμή $\alpha = 2$ έχουμε: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

με $f'(x) = (x^2 + 2x - 3)' = 2x + 2.$

Δ3. Για την τιμή $\alpha = 2$ ο τύπος της f γράφεται: $f(x) = x^2 + 2x - 3$, οπότε

$$f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$$

επομένως το σημείο $M(-2, f(-2))$ είναι $M(-2, -3)$.

Η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(-2, -3)$ είναι:

$$y - f(-2) = f'(-2)(x + 2)$$

$$y - (-3) = -2(x + 2)$$

$$y + 3 = -2x - 4$$

$$y = -2x - 7$$

- Δ4.** Είναι $\bar{y} = -2\bar{x} - 7$
όμως $\bar{x} = 2$
επομένως $\bar{y} = -2 \cdot 2 - 7 = -4 - 7 = -11$

